

Improving Quasi-3D Model for Axial Flux PM Motor by Considering Radial Flux Leakage Path

Younjae Hwang, Won-Seok Cha, Byeong-Cheol Bae, Jae-Hyeon Kim, and Myung-Seop Lim*

Department of Automotive Engineering (Automotive-Computer Convergence), Hanyang University, Seoul 04763, Republic of Korea

Ki-O Kim

Department of Automotive Engineering, Hanyang University, Seoul 04763, South Korea

(Received 9 September 2025, Received in final form 21 October 2025, Accepted 22 October 2025)

Axial flux permanent magnet motors (AFPM) are increasingly favored for their high torque density and compact structure. However, their complex topology necessitates computationally expensive three-dimensional finite element analysis (3D FEA) for accurate design. While quasi-3D modeling offers a faster alternative by representing the motor in radially sliced two-dimensional (2D) segments, conventional methods often neglect critical phenomena like radial flux leakage, leading to significant inaccuracies in performance predictions. This study introduces an improved quasi-3D model that rectifies this issue by calculating and integrating the permeance of the radial flux leakage path into the analysis. Consequently, the proposed model demonstrates an improved correlation with 3D FEA results. It provides a substantial reduction in computational overhead with a negligible compromise in precision, thereby enabling a more rapid and reliable design optimization process for AFPM motors.

Keywords : axial flux permanent magnet motor (AFPM), permeance, quasi-3D model, radial flux leakage path, three-dimensional finite element analysis (3D FEA)

반경 방향 누설 자속 고려 준 3차원 모델을 이용한 축 방향 영구 자석 모터 해석 정확성 개선

황윤재 · 차원석 · 배병철 · 김재현 · 임명섭*

한양대학교 미래자동차공학과(미래자동차-SW융합전공), 서울시 왕십리로 222, 04763

김기오

한양대학교 미래자동차공학과, 서울시 왕십리로 222, 04763

(2025년 9월 9일 받음, 2025년 10월 21일 최종수정본 받음, 2025년 10월 22일 게재확정)

축 방향 영구 자석 모터는 높은 토크 밀도와 폭넓은 적용성으로 주목을 받아왔다. 그러나 축 방향 영구 자석 모터의 정확한 해석을 위해서는 해석 시간이 긴 3차원 유한요소해석이 요구된다. 이를 극복하기 위해 축 방향 영구 자석 모터를 반경 방향으로 분할하고 2차원 평면에 투영시킨 준 3차원 모델을 사용한다. 하지만 준 3차원 모델은 방사 방향 누설을 고려하지 못해 이를 통해 얻은 전압과 토크가 3차원 유한요소해석 결과와 달라진다. 본 논문은 방사 누설 경로의 퍼미언스를 계산하여 2차원 공간에 포함함으로써 기존 준 3차원 모델을 개선한다. 그 결과, 개선형 준 3차원 모델은 기존 준 3차원 모델보다 3차원 유한요소해석과의 정확성을 개선할 수 있다.

주제어 : 축 방향 자속 모터, 퍼미언스, 준 3차원 모델, 반경 방향 자속 누설 경로, 3차원 유한요소해석

I. 서 론

축 방향 자속 영구 자석 모터(Axial Flux Permanent magnet Motor, AFPM)는 전통적인 방사 방향 자속 영구 자석 모터의 유력한 대안으로 부상했다. 축 방향 영구 자석 모터의 원반형 구조는 기존 방사 방향 자속 영구 자석 모터 대비 공극 면적을 크게 할 수 있고, 이에 따라 동일한 체적에서 더 높은 토크 및 출력 밀도를 가진다[1]. 얇은 팬케이크 형태는 인휠 구동, 도심형 항공 모빌리티 추진기, 산업 장비 등 공간 제약이 큰 시스템에 직접 구동 형태로 탑재하기에 유리하다[2]. 이에 따라 축 방향 영구 자석 모터의 수요가 커졌고, 빠르고 정확한 축 방향 영구 자석 모터 해석의 중요성이 커지고 있다.

축 방향 영구 자석 모터의 전자기적 성능을 정확히 예측하기 위해선 방사 방향 및 축 방향 누설 자속, 프링징 효과 등 3차원(3 dimensional, 3D) 형태로 이루어지는 자속의 거동을 고려할 수 있어야 한다. 3차원 유한요소해석(Finite Element Analysis, FEA)은 이러한 현상을 구현할 수 있어 가장 정확한 성능 검증 도구로 여겨지나, 과도한 계산 비용 탓에 설계 과정에서의 활용이 제한적이다. 이에 대한 대안으로 준 3차원(Quasi-3D) 해석법이 제안되어 널리 사용되어 왔다.

준 3차원 모델은 축 방향 영구 자석 모터 구조를 평면화한 2차원 등가 형식으로 표현한다[3]. 그러나 2차원 평면에서 해석이 이뤄지므로 방사 방향 누설 자속, End Coil 인덕턴스 등 중요한 효과를 구현하지 못해 해석에 오차가 발생한다[4]. 이를 줄이기 위해 자기등가회로, 수직적 기법 등이 연구되어 왔다[5-7]. 그러나 위 방법은 다양한 운전점 및 형태에 대해 확장적으로 적용할 수 있는지 검증이 어렵다.

한편, [8]은 Static 3차원 해석으로 얻은 쇄교 자속을 통해 축 방향 영구 자석 모터를 분석하는 방법을 보였다. 이 방법을 이용하면 쇄교 자속이 정현적일 때 계산 시간을 줄이면서 3차원 효과를 반영할 수 있다. 또, [9,10]은 2차원 해석에서 누락되는 자속 누설 경로의 퍼미언스를 수학적으로 2차원 유한요소해석에 통합해 해석의 정확도를 높이는 방법을 제시했다. 이는 짧은 축 방향 길이를 갖는 방사 방향 자속 영구 자석 모터에서 3차원 누설을 다룬 유사한 사례이나, 축 방향 영구 자석 모터에는 아직 적용되지 않았다.

이에 본 논문은 기존 방사 방향 자속 영구 자석 모터에서 이용된 방법을 축 방향 영구 자석 모터에 응용한다. 즉, 방사 방향 자속 누설 경로의 퍼미언스를 산출하여 2차원 기반 해석에 포함하는 개선형 준 3차원 모델을 제안한다. 제안한 방법은 기존 준 3차원 모델보다 3차원 유한요소해석과의 정합성을 높이며 유사한 연산량을 유지한다. 2장에서는 방사 방향 누설 통합 방법을, 3장에서 두 준 3차원 모델과 3차원

유한요소해석의 정합성을 비교한다. 마지막으로 4장에서 실험을 통한 검증을 제시한다.

II. 축 방향 영구 자석 모터 해석 방법

본 논문에서는 Single-stator, dual-rotor 축 방향 영구 자석 모터를 이용한다. 모터는 d축 전류를 사용하지 않고 q축에 모든 전류를 인가하여 제어된다. 또한, 넓은 운전영역에 대해 검증할 수 있도록 일정 전류 범위에서 성능을 비교한다. Table I은 재질과 최대 전류 등 주요 사양을 보여준다.

Fig. 1은 축 방향 영구 자석 모터의 다양한 해석 방법을 보여준다. Fig. 1(a)에 나타난 3차원 유한요소해석은 실제 형태를 가장 정확히 표현하여 실험과 가장 유사한 성능을 예측하지만, 요소 수가 많아 계산 시간이 길다. 이는 최적화와 같은 연산량이 큰 환경에서 제약이 된다.

이를 보완하기 위해 2차원 유한요소해석 기반 준 3차원 해석이 사용된다. 준 3차원 모델로 변환하는 과정은 다음과 같다. 먼저 Fig. 1(b)와 같이 3차원 모델과 유사한 등가 선형 모델로 변환한다. 외경과 내경 사이 길이를 원하는 분할 수로 나누고, 각 분할의 중심선 길이에 따라 모델을 평면화한다. 이렇게 얻은 모델은 Fig. 1(c)와 같이 2차원 유한요소해석에 이용 가능한 준 3차원 모델로 변환할 수 있다. 분할 수가 많을수록 3차원 유한요소해석과 정합성은 좋아질 수 있으나 계산 비용이 증가한다[11]. 본 논문은 2개와 10개의 분할을 비교하여 정확도와 연산량 사이 영향을 확인한다. 다만 이 방법은 3차원 유한요소해석 모델에 존재하는 방사 방향 누설 자속을 배제하므로, 분할 수를 늘려도 정합성 개선에 한계가 존재한다.

기존 준 3차원 모델이 방사 방향 누설 자속을 고려하지 못하는 한계를 해결하기 위해 Fig. 1(d)와 같은 개선형 모델을 제안한다. 두 평면에 각각 내측, 외측 방사 방향 자속 누설 경로를 가정하고, 누설 경로의 퍼미언스를 포함한 투자율 μ_e 를 산정하여 부여한다. μ_e 는 식(1)-(4)로 계산된다[12].

$$P_{mn} = \mu_o \frac{hl}{w} \quad (1)$$

$$P_{ten} = \mu_o \frac{l}{\pi} \ln \left(1 + \frac{2d}{w} \right) \quad (2)$$

Table I. Motor specifications.

Specification	Value
Motor Type	Single-stator, dual-rotor AFPM
Pole / Slot	8 / 12
Magnet residual flux density	1.41 T @20°C
Stator / Rotor core material	35PN230 / S45C
Max Current	50 A _{rms}

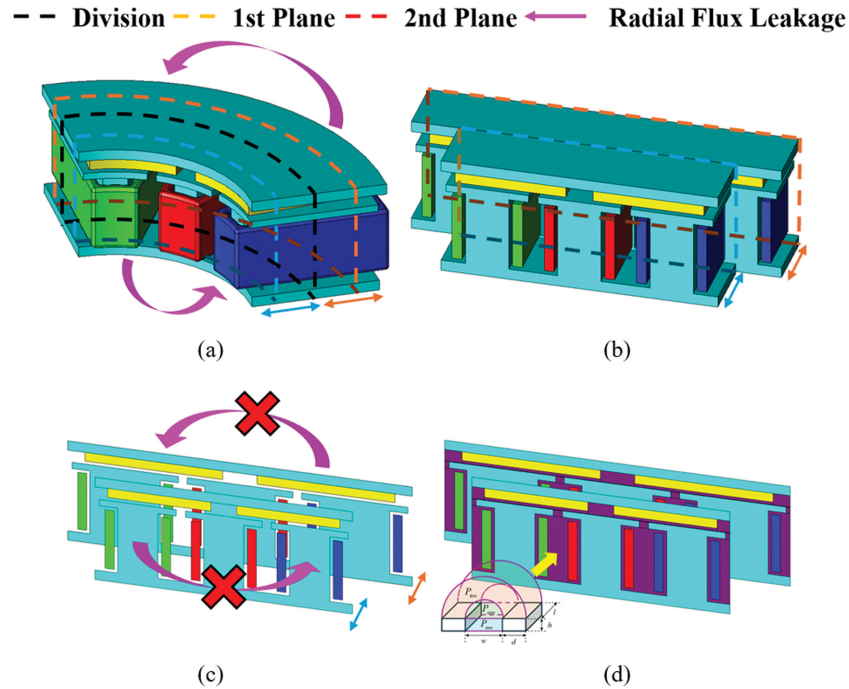


Fig. 1. (Color online) AFPM analysis methods. (a) 3D Model (b) Equivalent linear model (c) Conventional quasi-3D model and (d) Improved quasi-3D model.

$$P_{sen} = \mu_0 0.264l \quad (3)$$

$$\mu_{re} = \frac{P_{mn} + P_{sen} + P_{ten}}{P_{mn}} \quad (4)$$

여기서 μ_0 는 진공 투자율이다. 각 누설 경로는 Fig. 2와 같이 정의되고 식에 이용되는 누설 경로의 형상 치수를 함께 나타내었다. Table II에 위 식에서 쓰이는 기호와 용어를 정리하였다. 기존 준 3차원 변환 후에도 유지되는 주 누설 경로의 퍼미언스 P_{mn} 은 (1)식으로, 방사 방향 자속 누설은 반원기둥 형태의 누설 경로 P_{sen} 과 반고리 형태의 누설 경로 P_{ten} 로 가정하여 각각 (2), (3)식으로 표현된다. 최종적으로 (4)식으로 방사 방향 자속 누설 경로를 반영한 μ_{re} 를 계산해 2차원 영역에 투영한다. 즉, 방사 방향 자속 누설 경로로 인해 추가되는 자속 누설을 평면에서 발생할 수 있도록 등가화 한다.

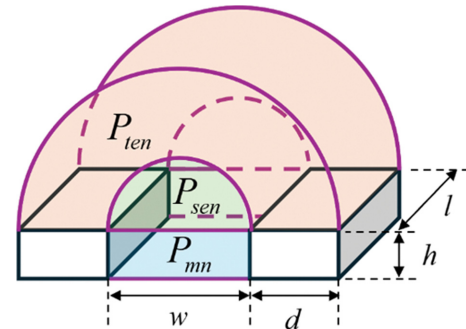


Fig. 2. (Color online) Concept of leakage flux paths.

개선형 준 3차원 모델은 정확도를 위해 모터의 각 부분의 형태에 따라 네 영역에서 μ_{re} 를 각각 산출한다. 또한, 고정자와 회전자는 자속 누설 경로가 달라 경로를 가정한 방향이

Table II. Symbols and explanations.

Type	Symbol	Explanation
Permeance	P_{mn}	Main leakage path exists on 2D domain (Wb/A)
	P_{sen}	Semicircular cylinder-shaped leakage path (Wb/A)
	P_{ten}	Half annulus-shaped leakage path (Wb/A)
Design variable	w	Width of main leakage path (m)
	d	Width of cylinder (m)
	h	Height of main leakage path (m)
	l	Length of leakage paths (m)
Relative permeability	μ_{re}	Relative permeability applied on 2D domain

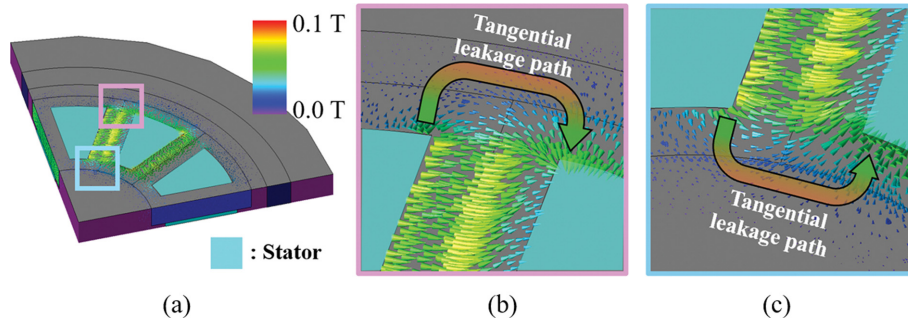


Fig. 3. (Color online) Stator flux leakage path at 50 A_{rms} . (a) Cut plane of the 3D Model (b) Tangential leakage around the outer radius and (c) Tangential leakage around the inner radius.

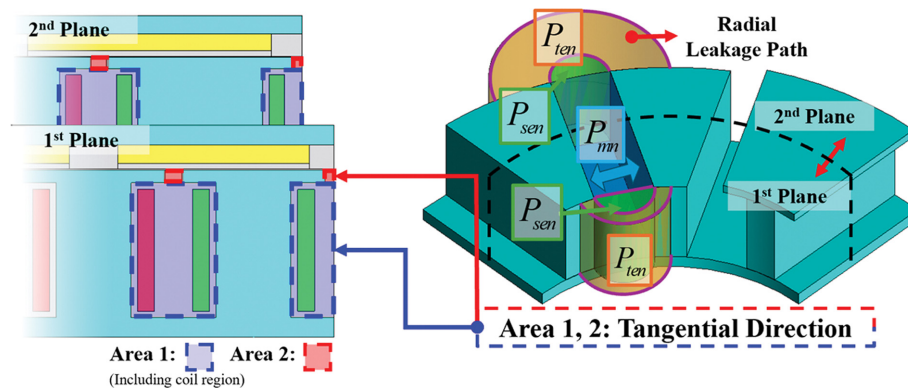


Fig. 4. (Color online) Concept of radial leakage path, plane division, and separated area in the stator.

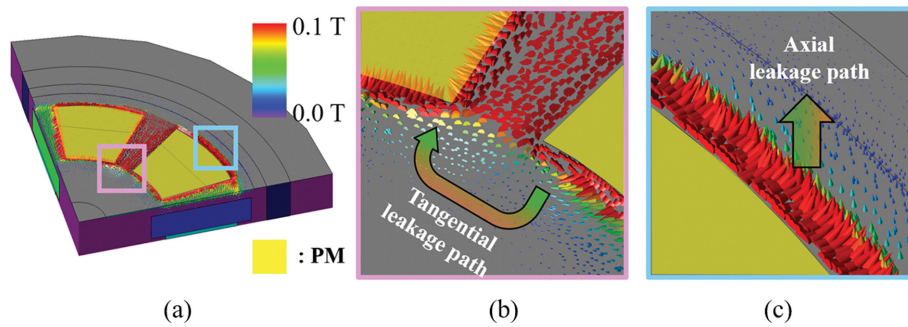


Fig. 5. (Color online) Rotor flux leakage path at 50 A_{rms} . (a) Cut plane of the 3D Model (b) Tangential leakage around the inner radius and (c) Axial leakage around the outer radius.

다르다. 우선, 고정자는 형상 변화에 따라 두 영역으로 나눈다. 영역1은 슬롯 영역으로 방사 방향 자속 누설은 주로 접선 방향으로 존재하므로 Fig. 3과 같이 축 방향 표면의 접선 방향으로 경로를 가정한다. 이어서 Fig. 4와 같이 내, 외측 방사 방향 자속 누설 경로를 각 평면에 부여한다. Fig. 4는 주 누설 경로 P_{mm} 이 잘 보일 수 있도록 tooth-tip과 코일을 그림에서 생략하였다. 영역1의 코일 영역에도 μ_e 를 동일한 논리로 적용하며, 슬롯 오프닝 영역으로 불리는 영역 2에도 동일한 상사가 적용된다.

회전자는 상이한 방사 방향 누설이 존재해 이를 두개로 나

누고, 두 누설 성분을 다르게 모델링한다. Fig. 5(b)의 영구 자석(Permanent Magnet: PM) 사이 영역에서는 접선 방향 누설이 발생하며, Fig. 5(c)의 영구 자석 중심부 영역에서는 방사 방향 공간에 축방향의 자속 프린징과 누설이 발생한다. 두 자속 누설 경로 모두 방사 방향 공간에 존재하지만 방향이 다르므로 분리하여 반영한다. Fig. 6은 접선 및 축 방향 자속 누설 경로를 정의하고 개선허 준 3차원 모델에 배치하는 방식을 보인다. 접선 방향 자속 누설 경로는 영구 자석 사이 공기영역에, 축 방향 자속 누설 경로는 영구 자석 하부에 위치시키며, 기존 준 3차원의 연산량을 유지한 채 회전자

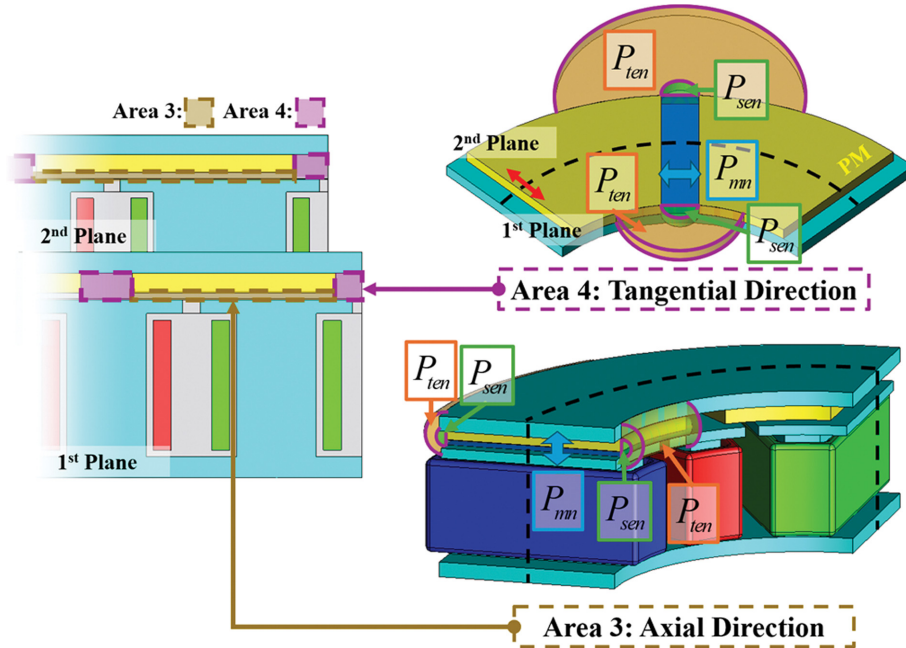


Fig. 6. (Color online) Concept of radial leakage path, plane division, and separated area in the rotor.

Table III. Effective relative permeability of each region.

Area	1 st Plane μ_{re}	2 nd Plane μ_{re}
1	1.373	1.447
2	1.155	1.169
3	1.140	1.140
4	1.776	1.992

에서 발생하는 방사 방향 자속 누설 효과를 반영한다.

Table III에 각 영역의 μ_{re} 값을 나타냈다. 이를 통해 방사 방향 자속 누설 경로를 2차원 기반 개선형 준 3차원 해석으로 투영하여 추가적인 연산량 증가 없이 방사 방향 자속 누설 효과를 반영할 수 있다.

III. 유한요소해석 성능 비교

본 장에서는 다양한 준 3차원 방법의 3차원 유한요소해석 추정 성능을 비교한다. 평균 토크, 토크 리플, 유기 전압, 인덕턴스에 대해 비교가 진행되며, 대상 모터의 주 운전 영역인 20~50 A_{rms}에서 검증한다.

Fig. 7은 모든 준 3차원 방법이 평균 토크를 잘 추종함을 보인다. 그 중 제안한 개선형 준 3차원 모델의 오차가 1.3%로 가장 작다. 다른 모델들도 3차원 유한요소해석 대비 3% 이내의 오차를 보이나 제안 방법보다 크다.

반면 토크 리플에서는 모델 간 차이가 크게 나타난다. Fig. 8에서 기존 준 3차원 모델은 전 영역에서 리플을 과대추정하는 반면, 제안한 방법은 3차원 유한요소해석과 근접한다. 20

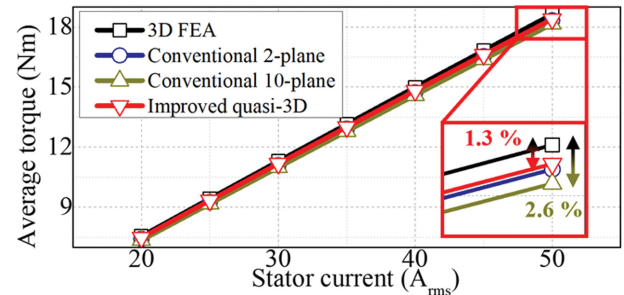


Fig. 7. (Color online) Comparison of the average torque in various stator currents.

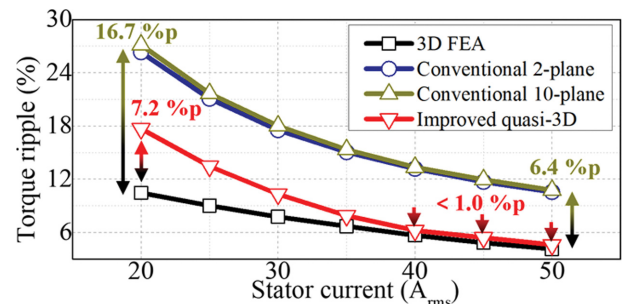


Fig. 8. (Color online) Comparison of the torque ripple in various stator currents.

A_{rms}에서 기존 준 3차원 2분할, 10분할 모델의 오차는 각각 15.8%p, 16.7%p인 반면, 제안한 방법은 7.2%p에 그친다. 50 A_{rms}에서도 기존 방법은 6.4%p 이상, 제안한 방법은 1.0%p 미만으로 유지된다. 이는 토크 리플의 정확한 예측을

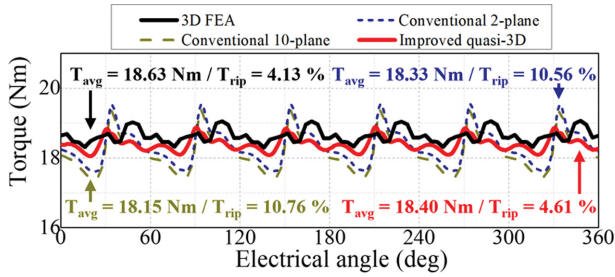


Fig. 9. (Color online) Torque waveform of each analysis method at 50 A_{rms}.

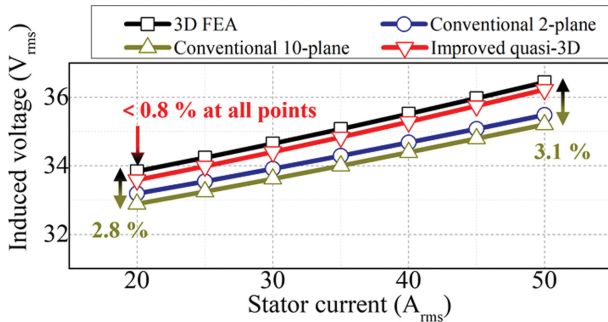


Fig. 10. (Color online) Comparison of the fundamental component of the induced voltage in various stator currents.

위해선 방사 방향 누설 자속에 의한 영향을 반영해야 하며, 제한한 개선형 준 3차원 모델이 이에 효과적임을 의미한다.

Fig. 9는 50 A_{rms}에서 각 해석 방법에 따른 토크 파형을 나타낸다. T_{avg} 와 T_{rip} 은 각각 평균 토크와 토크 리플을 나타낸다. 분할 수가 5배 차이남에도 두 기존 준 3차원 모델의 파형은 유사하다. 제한한 개선형 준 3차원 모델이 3차원 유한요소해석과 가장 근접한 파형을 보인다. 이는 개선형 준 3차원 모델이 3차원 유한요소해석 토크를 예측하기에 가장 적합함을 보인다.

Fig. 10은 유기 전압 기본파의 크기 비교를 보여준다. 기존 준 3차원 10분할 모델은 전류 범위에 걸쳐 약 2.8~3.4%로 가장 큰 오차를 보였고, 기존 준 3차원 2평면 분할 모델은 1.9~2.6% 범위의 오차를 보인다. 제한한 개선형 준 3차원 모델은 전체 영역에 대해서 0.8% 이하의 오차가 유지되며 3차원 유한요소해석과 매우 근접한 모습을 볼 수 있다. 또한 전류가 증가할수록 기존 준 3차원 모델의 오차는 다소 커지는 반면, 제한한 개선형 준 3차원 모델은 감소하는 경향을 보인다. 유기 전압은 주 쇄교 자속에 의해 결정되는 만큼, 주 쇄교 자속을 정확히 예측하는데에 방사 방향 누설 자속을 고려해야 함을 보여준다.

Fig. 11은 20 A_{rms}에서 Incremental 인덕턴스 방법[13]으로 추정된 d축, q축 인덕턴스를 보인다. 기존 준 3차원 모델은 인덕턴스를 과소 추정하며, 특히 d축에서 약 30% 수준의 큰

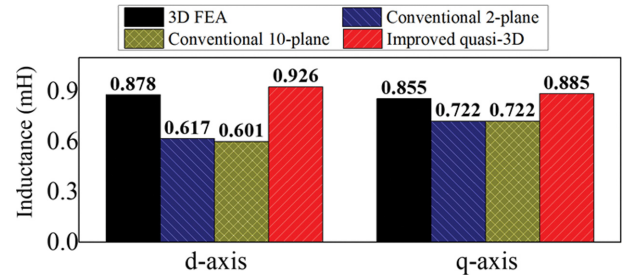


Fig. 11. (Color online) Comparison of the d-axis and q-axis inductance at 20 A_{rms}.

Table IV. Computation cost of each analysis method.

Analysis Method	Time (s)	Elements
3D FEA	2,771	361,798
Conventional quasi-3D 2-plane	21	92,617
Conventional quasi-3D 10-plane	137	496,644
Improved quasi-3D	22	92,617

오차를 보인다. 반면 개선형 준 3차원 모델은 3차원 유한요소해석에 가장 근접하고, d축 5.6%, q축 3.5%의 작은 오차를 보인다.

Table IV는 전기적 1주기 해석의 연산량을 요약한다. 해석은 JMAG을 이용하여 Intel Core i7-13700K, 메모리 64 GB의 환경에서 수행했다. 준 3차원 모델은 여러 평면을 연산해야 하기 때문에, 각 평면의 요소 수와 해석 시간은 더하여 표기하였다. 3차원 유한요소해석은 개선형 준 3차원 대비 약 125배의 계산 시간을 요구한다. 기존 준 3차원 10분할 모델은 요소 수가 3차원 유한요소해석보다 많음에도 2차원 기반이기 때문에 해석 시간이 더 짧은 모습을 볼 수 있다. 이를 보아 개선형 준 3차원 모델은 기존 2평면 모델과 동일한 수준의 계산 비용으로 더 높은 정확도를 달성함을 알 수 있다.

종합하면, 개선형 준 3차원 모델은 모든 성능 지표에서 우수한 정확도를 보였고, 이는 방사 방향 자속 누설 경로를 반영했기 때문이다. 반대로 기존 준 3차원 모델은 3차원 유한요소해석과 오차가 존재하고, 이를 10 분할로 늘려도 정확도가 개선되지 않고 오히려 악화될 수 있음을 보였다. 이는 기존 준 3차원 모델에서 방사 누설이 배제되어 분할만 늘려서는 3차원 유한요소해석과의 오차를 줄일 수 없기 때문이다.

IV. 실험 검증

제한한 해석법을 검증하기 위해 축 방향 영구 자석 모터 시제품을 제작하여 시험했다. Fig. 12는 실험장비의 구성을 나타낸다. 시험 장비는 다이나모 모터, 시험 모터, 토크 센서,

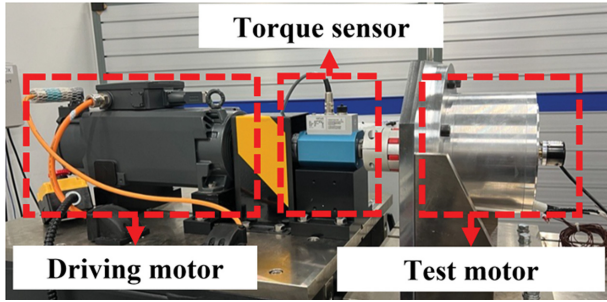


Fig. 12. (Color online) Experimental setup for AFPM.

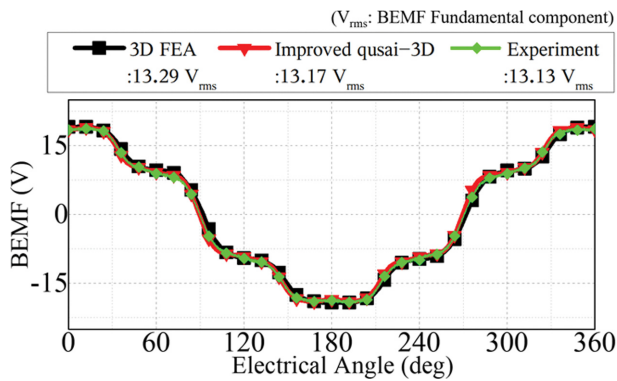


Fig. 13. (Color online) Comparison of BEMF at 1,000 rpm with experimental results.

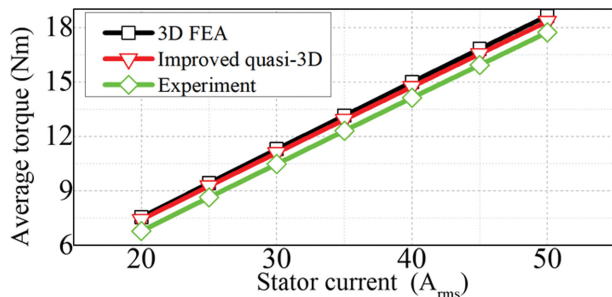


Fig. 14. (Color online) Comparison of average torque in various stator currents with experimental results.

제어 시스템으로 이루어진다. 다이내모 모터는 시험 모터에 기계적으로 결합되며, 두 모터 사이에 비접촉식 토크 센서 (Kistler 4503B, 정격 50 N·m, 정확도 0.05%)를 설치하여 출력 토크를 측정한다. 전류와 전압은 전력 분석기(Yokogawa WT1804E)와 오실로스코프를 이용해 측정했다. 실험은 약 25°C의 상온에서 수행됐다.

Fig. 13은 무부하 1,000 rpm에서의 역기전력(Back Electromotive Force: BEMF)을 비교한 결과를 나타낸다. 3차원 유한요소해석, 개선형 준 3차원 모델, 실험 결과 모두 RMS 값뿐 아니라 파형까지 높은 일치도를 보인다. 개선형 준 3차원 모델의 3차원 유한요소해석 대비 오차는 0.9%, 실

험 대비 0.3%에 불과했다. 3차원 유한요소해석 또한 실험과 1.2% 오차로 잘 일치했다. 이는 개선형 준 3차원 모델이 BEMF를 정확히 예측함을 입증한다.

Fig. 14는 평균 토크를 비교한 결과이다. 모든 전류 지점에서 실험치는 3차원 유한요소해석보다 약 0.8 N·m 낮게 측정되는 일정한 오프셋이 존재하지만, 토크-전류 기울기는 3차원 유한요소해석과 개선형 준 3차원 모델의 기울기와 잘 일치한다. 이는 개선형 준 3차원 모델이 모터 성능을 예측하는 데 효과적임을 보여준다.

V. 결 론

본 논문은 축 방향 영구 자석 모터의 방사 방향 자속 누설 경로를 2차원 유한요소해석에서 고려할 수 있는 개선형 준 3차원 모델을 제시했다. 자속 누설 경로의 퍼미언스를 수학적으로 계산하여 2차원 영역의 투자율로 반영함으로써 기존 준 3차원 모델을 개선했다. 평균 토크, 토크 리플, 유기 전압, 인덕턴스 비교에서 제안한 방법은 2개의 평면 분할로 3차원 유한요소해석과 더 높은 정확성을 보였고, 기존 준 3차원 2, 10 분할 모델을 상회했다. 아울러 분할 수를 늘리는 것이 반드시 정확도 향상을 보장하지 않으며, 오히려 오류를 키울 수 있음을 보였다. 이후 시제품 모터 실험을 통해 결과를 검증했다. 제안한 방법은 계산 비용 증가 없이 정확도를 높일 수 있고, 다른 극, 슬롯 조합이나 형태의 축 방향 영구 자석 모터의 설계와 최적화에 응용할 수 있다. 또한, 자속의 누설 경로를 반영함으로써 고속 및 저속 포화 상태의 거동도 더 정확하게 예측할 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] N. Gadiyar, J. Van Verdegheem, and E. L. Severson, IEEE Trans. Ind. Appl. **59**, 3920 (2023).
- [2] Z. Hao, Y. Ma, P. Wang, G. Luo, and Y. Chen, Machines **10**, 1178 (2022).
- [3] A. Parviainen, M. Niemela, and J. Pyrhonen, IEEE Trans. Ind. Appl. **40**, 1333 (2004).
- [4] V. Puttaraj, S. T. Lundmark, and T. Thiringer, ICEM, Torino, Italy (2024) pp. 1~7.
- [5] O. Maloberti, R. Figueredo, C. Marchand, Y. Choua, D. Condamine, L. Kobylanski, and E. Bommé, IEEE Trans. Magn. **50**, 1 (2014).
- [6] J. Zhu, S. Li, X. Guo, H. Nan, and M. Yang, COMPEL **41**, 172 (2022).
- [7] X. Sun, L. Wang, X. Fan, D. Li, R. Qu, and J. Chen, ITEC Asia-Pacific, Haining, China (2022) pp. 1~6.
- [8] J.-M. Ahn, H.-K. Yeo, J.-Y. Kim, D.-H. Lee, and D.-K. Lim, IEEE Access **11**, 141241 (2023).

- [9] J.-W. Jung, H.-I. Park, J.-P. Hong, and B.-H. Lee, IEEE Trans. Magn. **53**, 8208104 (2017).
- [10] J.-W. Jung, IEEE Trans. Transp. Electrific. **10**, 3538 (2024).
- [11] K.-H. Kim and D.-K. Woo, IEEE Access **10**, 98842 (2022).
- [12] J. F. Gieras, Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, 3rd ed., CRC Press (2009) p. 328.
- [13] T. W. Nehl, F. A. Fouad, and N. A. Demerdash, IEEE Power Eng. Rev. **PER-2**, 28 (1982).